

用乘法实现除法

论极语易-Vonfry

2017年10月25日

正文

0 题设

用乘法实现除法

1 证明

假设 $Q = \text{frac}ND$, 则:

$$\begin{aligned}Z &= 1 - D \\Q &= \frac{N}{D} = \text{frac}N(1+Z)D(1+Z) \\&= \frac{N(1+Z)}{(1-Z)(1+Z)} \\&= \frac{N(1+Z)}{1-Z^2}\end{aligned}$$

用 $K = 1 + Z^2$ 重复这个过程

$$\begin{aligned}Q &= \frac{N(1+Z)}{1-Z^2} \cdot \frac{1+Z^2}{1+Z^2} \\&= \frac{N(1+Z)(1+Z^2)}{1-Z^4}\end{aligned}$$

重复 N 次

$$Q = \frac{N}{D} = \frac{N(1+Z)(1+Z^2)(1+Z^3)\dots(1+Z^{2^{n-1}})}{1-Z^{2^n}}$$
$$\because Z < 1 \Rightarrow \lim_{N \rightarrow 0} Z^{2^n} = 0$$
$$\therefore Q = N(1+Z)(1+Z^2)(1+Z^3)\dots(1+Z^{2^{n-1}})$$

对于 8 位精度，只需要 $n = 3$ 即可，而 $n = 5$ 则有 32 位精度。